

Modulación del ancho de pulsos I

Versión 1.0
Autor: n4v4jo
e-mail:n4v4jo@yahoo.es
www.eurobotic.org

Realizado el 8 mayo 2002

Índice

1- Introducción.....	2
2- Subsistema de modulación.....	3
2.1- El oscilador.....	3
2.2- El comparador.....	8
2.3- Modulador completo.....	10
2.3.1-Rango de linealidad de V_0 en función de V_i	11
3- Subsistema de demodulación.....	13
3.1- PWM→PAM.....	13
3.2-Filtrado.....	18
4- APÉNDICE A: Esquemáticos de Pspice.....	23

1- Introducción

Con este manual vamos a ver y a estudiar lo que se conoce como modulación del ancho de pulso, *Pulse Width Modulation*, o PWM.

Esta técnica se basa en dada una señal de referencia, en nuestro caso una señal senoidal, modular una segunda señal, en nuestro caso será esta vez una triangular, para tener una señal cuadrada de anchura variable en función de las dos señales de referencia.

La modulación de la anchura de pulsos es usada en diferentes aplicaciones, siendo las más comunes el control de servomotores y como sistema de comunicación.. En el caso de control de servomotores el funcionamiento es como sigue; la velocidad de rotación del motor será función de la anchura del pulso. Dado que la velocidad de rotación depende del valor medio de la tensión suministrada, cuanto más ancho sea el pulso mayor será el valor medio de la tensión aplicada al motor y por ende mayor velocidad de rotación. En caso de querer disminuir la velocidad de este, solo debemos de aplicar pulsos más estrechos los cuales nos darán como resultado un valor medio neto de tensión aplicada al motor menor que en el caso anterior.

Como sistema de comunicación una clara aplicación es la transmisión de la información en forma de pulsos a través de un canal. Existen varias técnicas de modulación muy usadas hoy en día, como la modulación Delta, modulación de la posición del pulso PPM, modulación de la amplitud del pulso PAM, modulación del código del pulso PCM etc. Lo que tiende a hacerse es muestrear la señal modulada y con los datos obtenidos se modifican los parámetros de un tren de pulsos que posteriormente se transmitirá por el canal que sea.

En este primer manual estudiaremos un sistema PWM general a una frecuencia determinada que no tiene nada que ver con las que se pueden usar en por ejemplo los servomotores. La idea no ha sido hacer un manual orientado a la robótica, sino un manual para comprender como funciona el PWM. Tenemos pensado hacer una par de manuales más sobre PWM pero esta vez mas enfocados a la robótica que es a lo que en realidad lo vamos a aplicar.

Para estudiar tanto los resultados teóricos como experimentales nos vamos a ayudar del OrCAD 9.0 como herramienta software para las simulaciones y de un osciloscopio, un generador de señales, una fuente de alimentación, varias protoboards y los componentes necesarios.

Espero que os sea de utilidad y comprendáis en que consiste la modulación PWM.

2- Subsistema de modulación

2.2- El oscilador

El sistema de modulación se puede dividir en dos etapas, una primera etapa encargada de generar una señal triangular, y una segunda encargada de generar la onda cuadrada modulada.

La primera etapa, la generadora de la señal triangular, no es más que un oscilador, compuesto por un comparador LM111 y un amplificador operacional TL082. El circuito al que nos referimos es el mostrado en la figura 1.

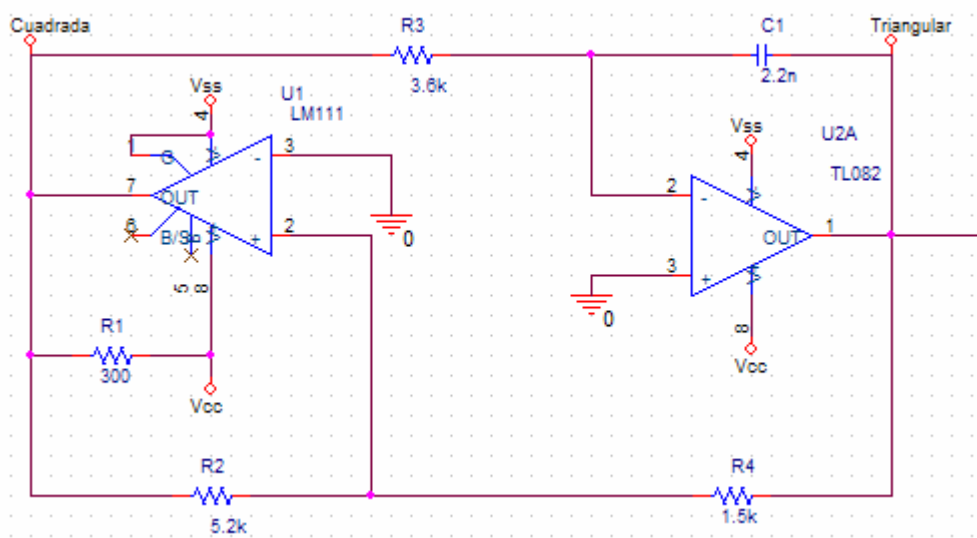


Figura 1: Generador de señal triangular

La señal obtenida tras simular con SPICE es la recogida en la figura 2.

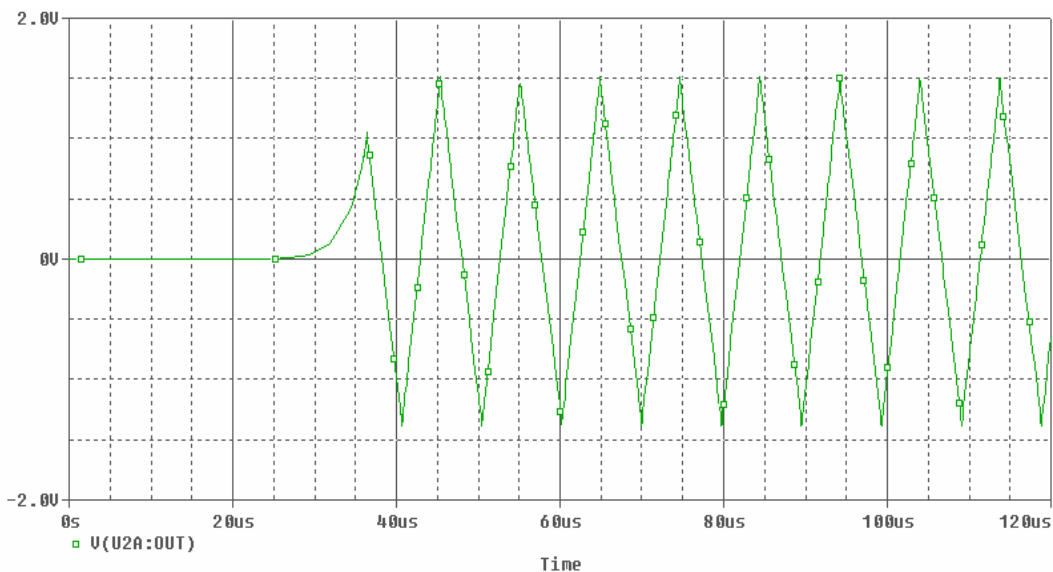


Figura 2: Señal triangular

A continuación estudiaremos como funciona este circuito y calcularemos la expresión de la frecuencia de la señal triangular en función de los valores de las resistencias R1, R2, R3, R4 y del condensador C. Dado que en la practica no se pueden encontrar los valores exactos de algunos componentes, estudiemos estas expresiones teóricamente, es decir, para valores exactos que más tarde simularemos en SPICE, luego comentaremos los resultados obtenidos en el laboratorio.

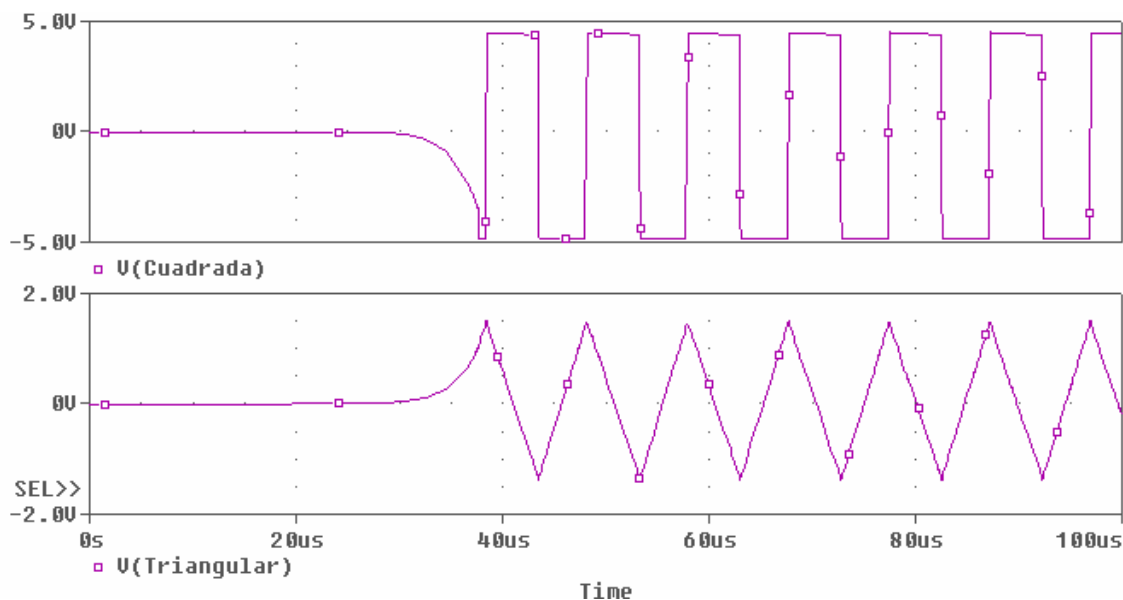


Figura 3: Señal triangular vs cuadrada

La frecuencia calculada mediante SPICE como la inversa del periodo (tiempo de pico a pico) es de $f = 102.438 \text{ KHz}$.

Veamos ahora esto pero de una manera analítica. Nuestro objetivo ahora es el de encontrar una expresión que nos de la frecuencia del sistema en función de los componentes: R1, R2, R3, R4 y del condensador C.

La primera parte que nos encontramos a la hora de estudiar el oscilador es el comparador LM111. Este dispositivo actúa como sigue, si la señal en la entrada V^+ es mayor que la señal en la entrada V^- , en nuestro caso tierra, la salida toma el nivel alto V_{cc} y en caso de que sea menor toma el nivel bajo V_{ss} . El valor de V_{cc} que usamos es de 5v y V_{ss} -5v, de ahí que la señal cuadrada tenga dicha amplitud.

Al conectar la alimentación al circuito V^+ tendrá un valor de tensión positivo y dado que V^- esta conectado a tierra, la salida del comparador se irá al V_{cc} . La segunda parte del oscilador es un integrador formado por R3, C1 y un amplificador operacional TL082. La función de transferencia de este es la siguiente.

$$V_i(t) = -\frac{1}{R_3 C} \int V_{cc} \cdot dt$$

Como podemos ver, además de integrar el circuito invierte la tensión de la salida con lo que ahora en la entrada V^+ del comparador tendremos un valor de tensión negativo y la salida de este se ira a V_{ss} (-5v).

Si resolvemos la integral podemos ver que

$$V_t = -\frac{1}{R_3 C} \cdot V_{cc}$$

la señal triangular en este caso tiene una pendiente negativa. En un siguiente periodo V^+ del comparador es como acabamos de calcular menor que V^- con lo que la salida se va a V_{ss} y la función de transferencia ahora es

$$V_t(t) = -\frac{1}{R_3 C} \int V_{ss} \cdot dt$$

igual que en el caso anterior la tensión a la salida del integrador será ahora;

$$V_t = -\frac{1}{R_3 C} \cdot V_{ss}$$

Este circuito como vemos oscila dando una señal cuadrada entre V_{cc} (5v) y V_{ss} (-5v) y una triangular atenuada por R_3 y C pero de igual frecuencia que la cuadrada.

La frecuencia de oscilación se puede calcular de la siguiente manera. Dividimos la señal triangular en tres zonas como las mostradas en la figura y analizaremos lo que sucede una a una.

Para comprender que es lo que pasa veamos cada una de estas zonas por separado.

ZONA 1

Llamaremos V_t a la salida del amplificador operacional, ya que en esta obtendremos la señal triangular. Llamaremos V_{ref} a la palilla V^+ del comparador, y V_x a la salida del comparador.

Partimos de la suposición de que $V_{ref} > 0$. En ese caso al ser $V_{ref} > V^-$ (gnd) la salida V_x saca el valor V_{cc} . Como ya hemos calculado anteriormente, la relación V_x con V_t es

$V_t = -\frac{1}{R_3 C} \cdot V_{cc}$. Sabemos pues que la señal triangular comienza presentando una

pendiente negativa. Ver la figura de abajo. Pero, ¿hasta donde llega?, ¿Dónde adquiere valor positivo para así generar la forma triangular?. Para contestar estas preguntas debemos de calcular la relación de V_{ref} con V_t .

Aplicando las leyes de Kirchoff a la rama de realimentación de abajo tenemos que

$$\frac{V_t - V_{ref}}{R_4} = \frac{V_{ref} - V_x}{R_2} \quad \text{que nos lleva a} \quad V_{ref} = \frac{R_2 V_t + R_4 V_x}{R_4 + R_2}$$

donde $V_x = V_{cc}$. Esta claro pues que a medida que V_t disminuye lo hace también V_{ref} con lo que el punto que buscamos es cuando V_{ref} vale cero pues en ese punto el sistema oscilará sacando V_x el valor de V_{ss} .

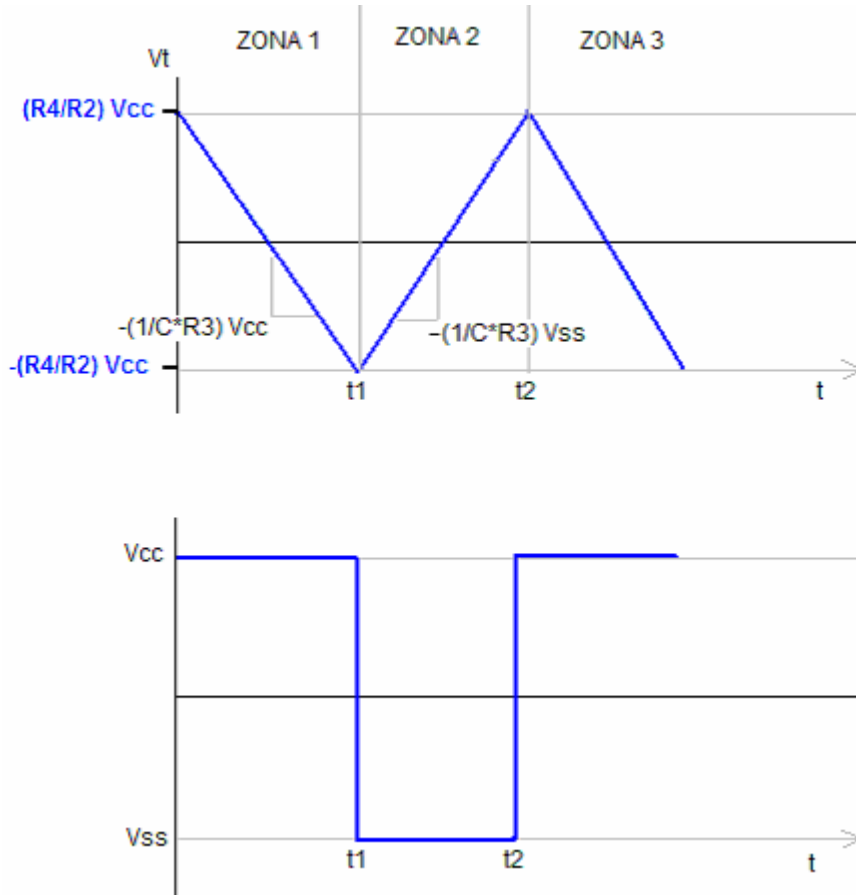


Figura 4: Análisis de la señal triangular

Anulando la expresión

$$V_{ref} = \frac{R_2 V_t + R_4 V_x}{R_4 + R_2}$$

tenemos que el mínimo de la señal triangular se alcanzará en

$$V_t = -\frac{R_4}{R_2} \cdot V_{cc}$$

Llegado este punto entramos en la zona dos que a continuación explicamos.

ZONA 2

Un instante después de haber llegado al punto mínimo de la señal triangular el valor de $V_{ref} < V_{(gnd)}$ por lo que ahora V_x se pone a V_{ss} empezando un nuevo ciclo de oscilación. En este caso el valor de V_t es:

$$V_t = -\frac{1}{R_3 C} \cdot V_{ss}$$

Como $V_{ss} < 0$ en esta zona la pendiente de la señal triangular corresponde al tramo de valor positivo, pero la pregunta ahora es , ¿hasta cuanto sube?. El procedimiento es análogo al anterior y no hartos de ya haberlo explicado lo haremos de nuevo a fin de que el interesado lector note haber llegado al final del razonamiento a través de un camino sin obstáculos. Pues bien, busquemos la relación entre V_t y V_{ref} para este caso. De nuevo, aplicando las leyes de Kirchoff tenemos que

$$\frac{V_t - V_{ref}}{R_4} = \frac{V_{ref} - V_x}{R_2} \quad \text{que nos lleva a} \quad V_{ref} = \frac{R_2 V_t + R_4 V_x}{R_4 + R_2}$$

donde ahora $V_x = V_{ss}$ (ojo, $V_{ss} < 0$). Conforme V_t aumenta, V_{ref} también lo hace. El pico máximo se alcanzara cuando V_{ref} sea máximo punto en el que se cumple que

$$V_t = -\frac{R_4}{R_2} \cdot V_{ss} = \frac{R_4}{R_2} \cdot V_{cc}$$

Llegado a este nuevo punto lo que ocurre es que entramos en la zona 3 que es igual a la zona 1. Así pues hemos diseñado un circuito que genera una señal triangular pero, ¿Qué hay de la frecuencia?, ¿a que frecuencia oscila este circuito?.

En la zona 2 lo la ecuación de la función triangular

$$V_t(t) = \frac{1}{R_3 C} V_{cc} \cdot t - \frac{R_4}{R_2} V_{cc}$$

Con lo que despejando t_1 t_2 de la zona uno y dos tenemos el semiperiodo $t_2 - t_1$ que multiplicado por dos nos dará el periodo y cuya inversa es la frecuencia de la señal.

Laboratorio	103.092 KHz
Spice	102.438 KHz
Teoría	117.845 KHz

El que los valores de frecuencia no coincidan exactamente se debe a que en el laboratorio no usamos los valores exactos que simulamos en Spice sino algunos muy próximos.

2.2- El comparador

En esta segunda etapa vamos a comparar la señal triangular con una señal moduladora, un seno para este caso. Las señales que van a ser comparadas han de pasar primero por R5 y R6 cada una. A continuación lo que sucede es que a la salida tendremos V_{cc} mientras que el seno sea de mayor amplitud que la señal triangular y pasara a valer V_{ss} cuando sea menor. En realidad dado que tomamos la salida en medio de un divisor de tensión la amplitud de la señal modulada será algo menor de V_{cc} y V_{ss} .

A la vista de esto último podemos hacernos una idea visual del resultado aquí llamada V_{PWM} .

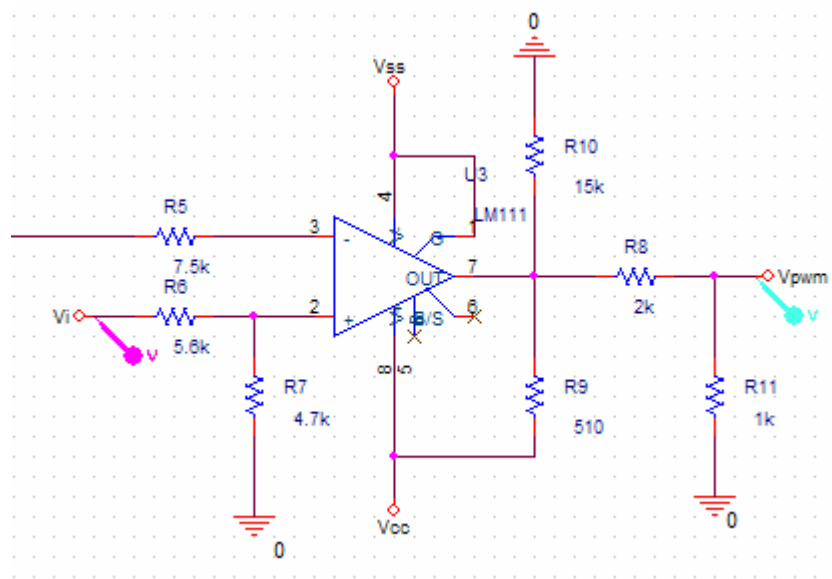


Figura 5: Comparador señal triangular vs moduladora

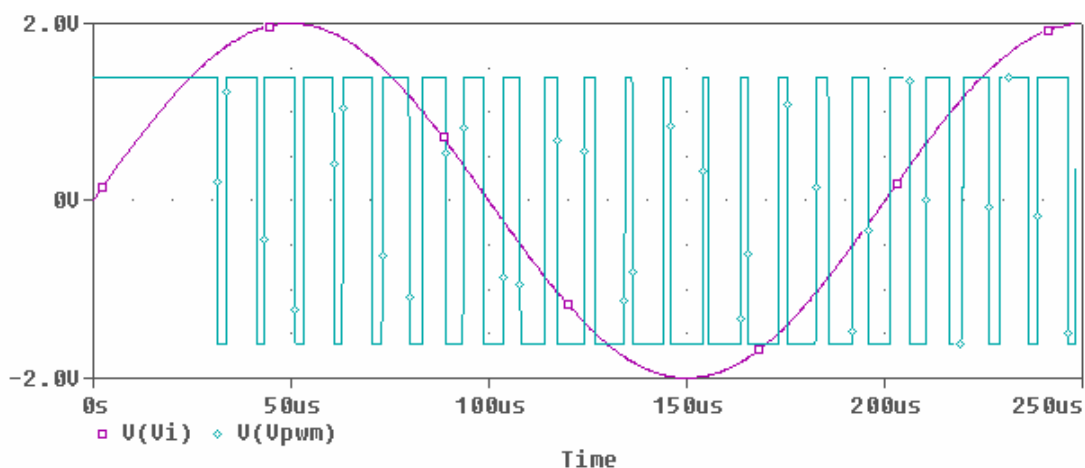


Figura 6: Señal modulada PWM y señal senosoidal moduladora

Una cosa a tener muy en cuenta en este circuito¹ es que no toda señal que se introduzca a través de V_i puede servir como moduladora. A continuación vamos a calcular el rango de la señal de entrada posible en V_i para poder sintetizar el modulador que nos hemos propuesto. El resultado que perseguimos es el mostrado en la figura 7.

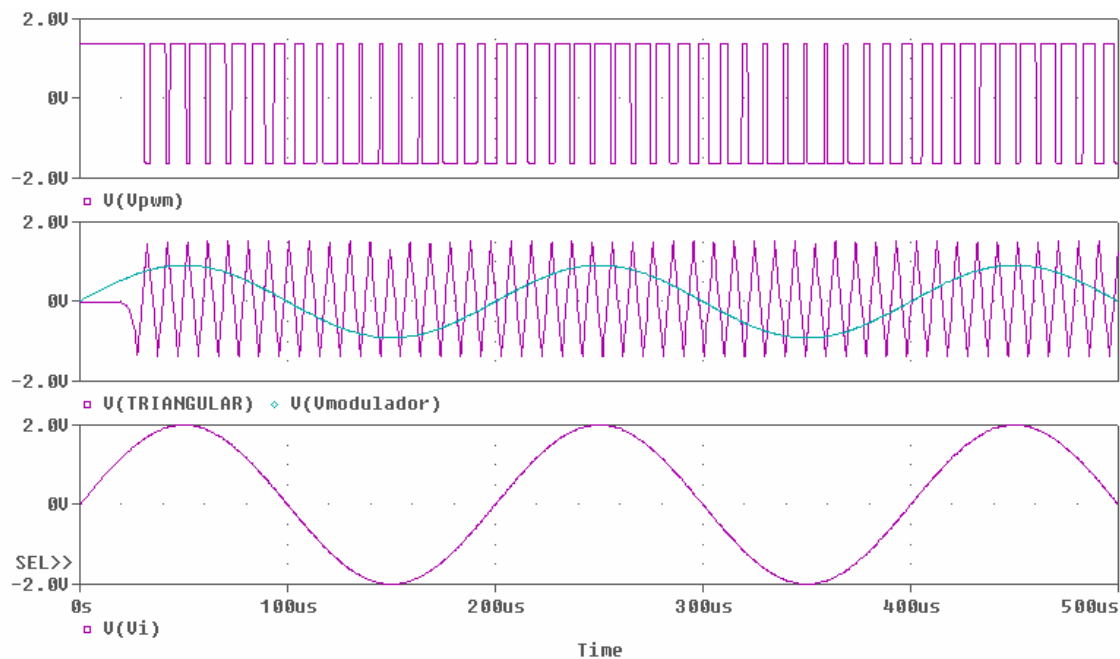


Figura 7: De abajo a arriba: Seno; V y V^+ del comparador; V_{PWM} .

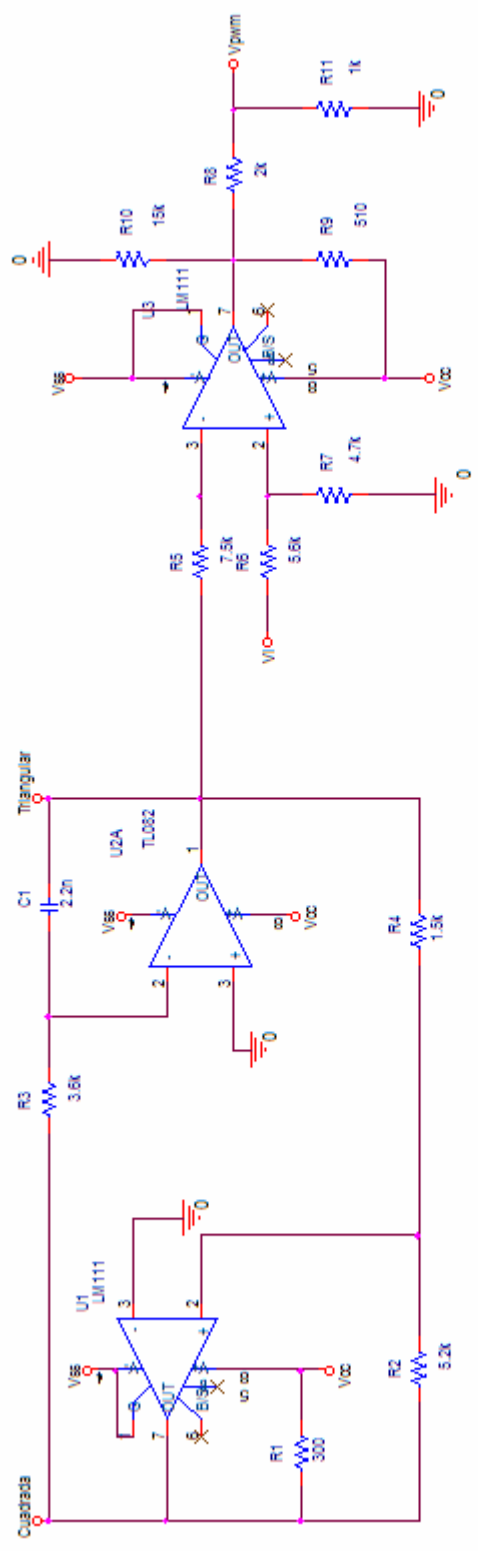
2.3- Modulador completo

Una vez estudiadas y comprendidas cada una de las etapas por separado, mostramos en la siguiente figura como quedaría el modulador de ancho de pulsos al completo.

Cabe destacar que la alimentación tanto del LM111 como del amplificador operacional TL082 se hizo con una fuente simétrica de +15v, -15v. La señal senoidal llamada V_i tiene una amplitud de 2v y una frecuencia de 5KHz. La señal modulada en ancho de pulsos se llama V_{PWM} y es donde debemos de tomar valores para representar la función una vez modulada.

¹ Este comparador actúa en este caso como un generador de señal cuadrada pero ahora de anchura variable, es decir, modulado en anchura de pulsos.

Generador de señal cuadrada
de pulsos modulados en anchura



Generador de señal triangular

MODULADOR PWM
FRECUENCIA 102.48 KHz
RANGO DE ENTRADA 2.5V

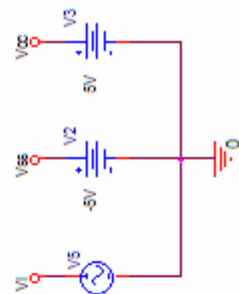


Figura 8: Modulador de ancho de pulsos.

Hasta ahora solo hemos visto resultados teóricos pero para ver que esto realmente funciona veamos lo que obtuvimos en el laboratorio.

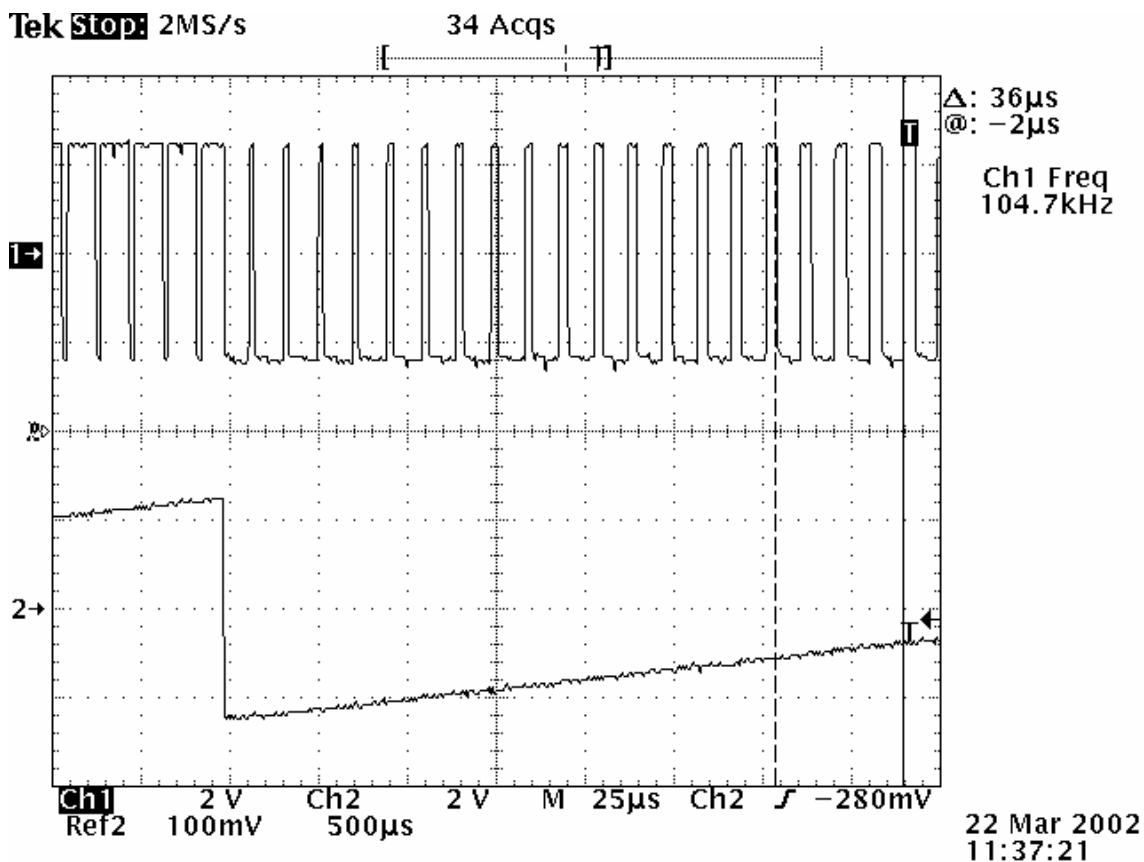


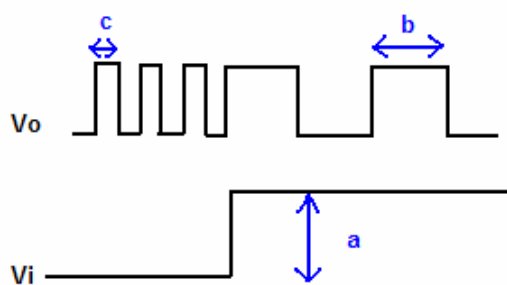
Figura 9: Modulador de ancho de pulsos modulados por señal rampa.

Aquí lo que tenemos es una captura del osciloscopio usando como señal moduladora una señal del tipo rampa. Esto es así para poder ver con mayor claridad que la señal a la salida esta modulada en ancho de pulsos.

2.3.1-Rango de linealidad de V_0 en función de V_i .

El objetivo de esta parte es el cálculo del rango en el cual la relación entre V_i y V_0 , donde podremos ver que al aumentar el valor de la amplitud de la señal de entrada tendremos que el ancho del pulso será mayor temporalmente hablando, es decir, se mantendrá en alto mayor y en bajo menor tiempo.

Para llevar a cabo los cálculos usamos como señal de entrada una señal escalón que variaremos en amplitud.



a= Amplitud de la señal de entrada V_i .

b= Tiempo en alto de la señal de salida V_o cuando la entrada V_i esta en alto.

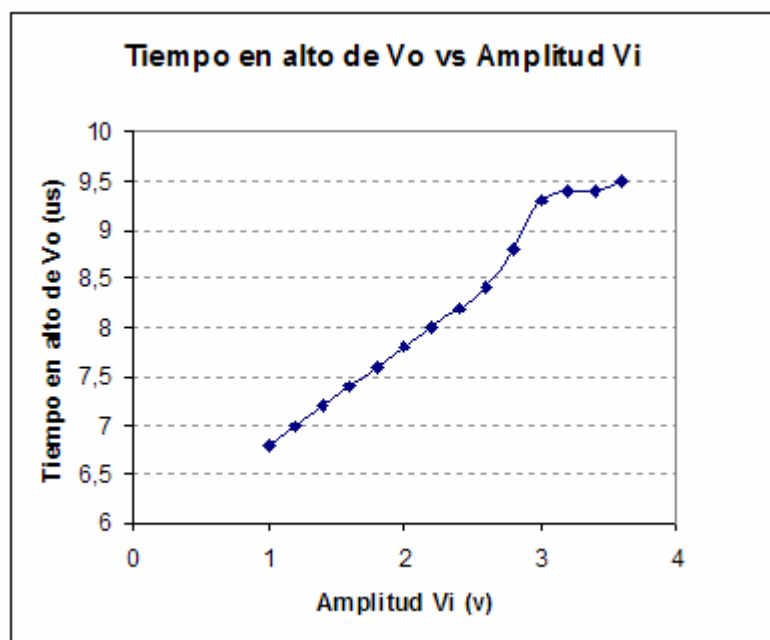
c= Tiempo en bajo de la señal de salida V_o cuando la entrada V_i esta en bajo.

Los valores medidos para estos parámetros fueron:

a (v)	b (μs)	c (μs)
1	6.8	4.4
1.2	7	4
1.4	7.2	3.4
1.6	7.4	2.8
1.8	7.6	2.6
2	7.8	2.4
2.2	8	2.2
2.4	8.2	2
2.6	8.4	1.6
2.8	8.8	1.4
3	9.3	1
3.2	9.4	0.8
3.4	9.4	0.7
3.5	9.5	0.7

Si estudiamos los valores de a y de b , podemos ver que la linealidad se conserva durante todo el incremento de V_i hasta que se llega a un punto en el cual la curva ascendente comienza a hacerse más horizontal.

Este punto se alcanza cuando llegamos a los 3 voltios de entrada, a partir de ahí, el tiempo que la salida esta en alto es máximo y por ende, el tiempo que esta en bajo es muy pequeño.



3- Subsistema de demodulación

3.1- Conversor PWM → PAM

El sistema de demodulación que vamos a describir a continuación es un tipo de demodulador indirecto. Decimos que el sistema es indirecto ya que la señal tendrá que ser tratada en dos fases para llegar a la señal demodulada. La primera de estas etapas es un conversor de PWM a PAM.

El circuito de la figura 1 nos muestra la configuración de este conversor. El conversor PWM → PAM modula la señal de entrada, es decir, la PWM, en amplitud.

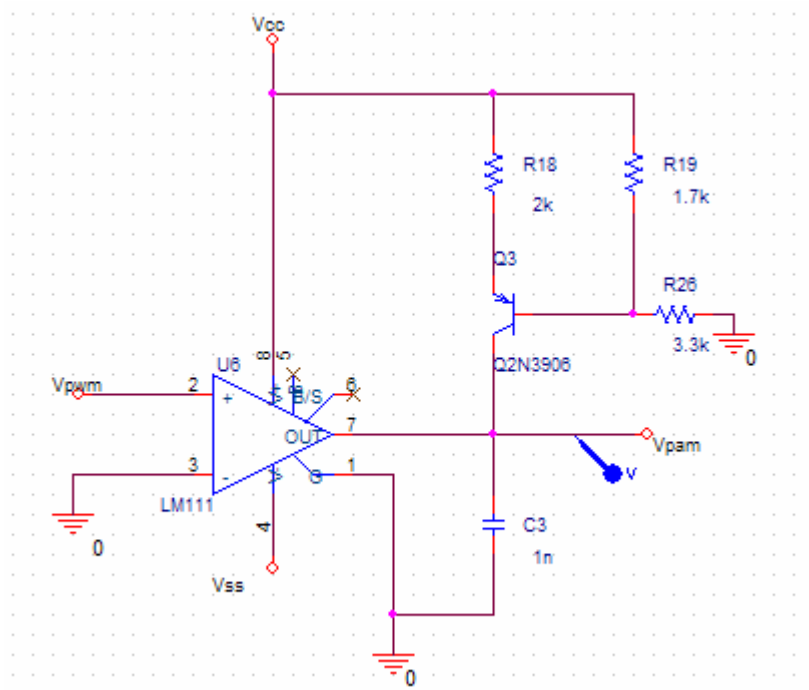


Figura 1: PWM → PAM

El funcionamiento de este circuito se basa en la carga a corriente constante del condensador C_3 . La configuración del transistor no es más que la de una fuente de corriente. Mientras el comparador saque V_{cc} , el condensador se carga a corriente constante y cuando el comparador cambia a V_{ss} el condensador se descarga.

$$V_o = \frac{1}{C} \int_0^t I_C \Rightarrow V_o = \frac{I_C}{C} t$$

Mientras la salida del LM111 este en alto, el transistor se encontrará en saturación fijándose la corriente del colector y el condensador se irá cargando. El tiempo de carga dependerá de cuanto tiempo este la salida en alto que a su vez depende del ancho de los pulsos.

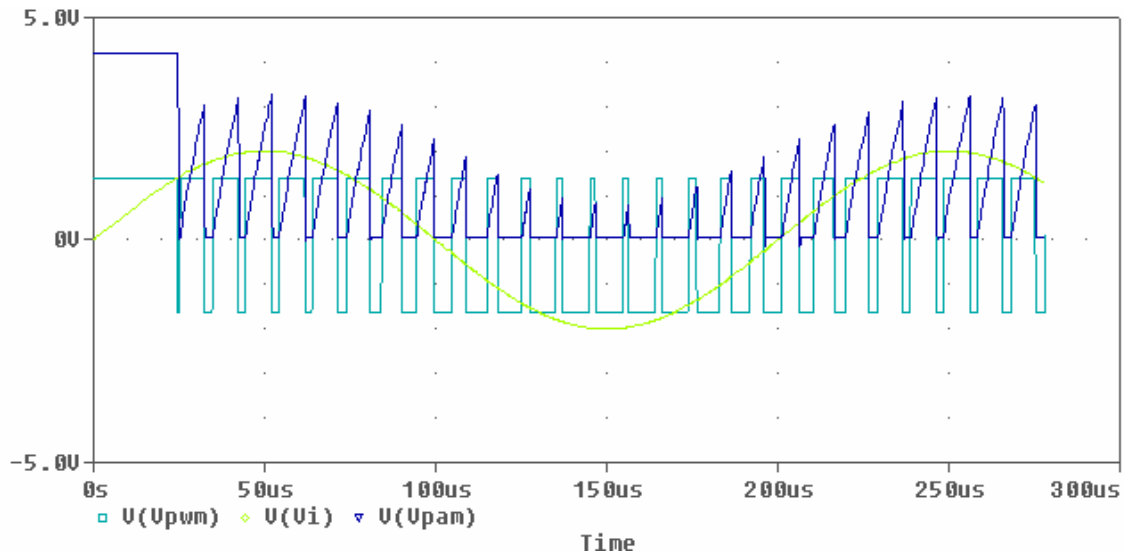


Figura 2: Señal seno, PWM y PAM

A continuación podemos ver una captura del conversor PWM→PAM del osciloscopio. En este caso usamos directamente una señal cuadrada y no la PWM para comprobar el funcionamiento y poder disponer de una señal de frecuencia y amplitud variable para hacer el estudio del conversor un poco más exhaustivo.

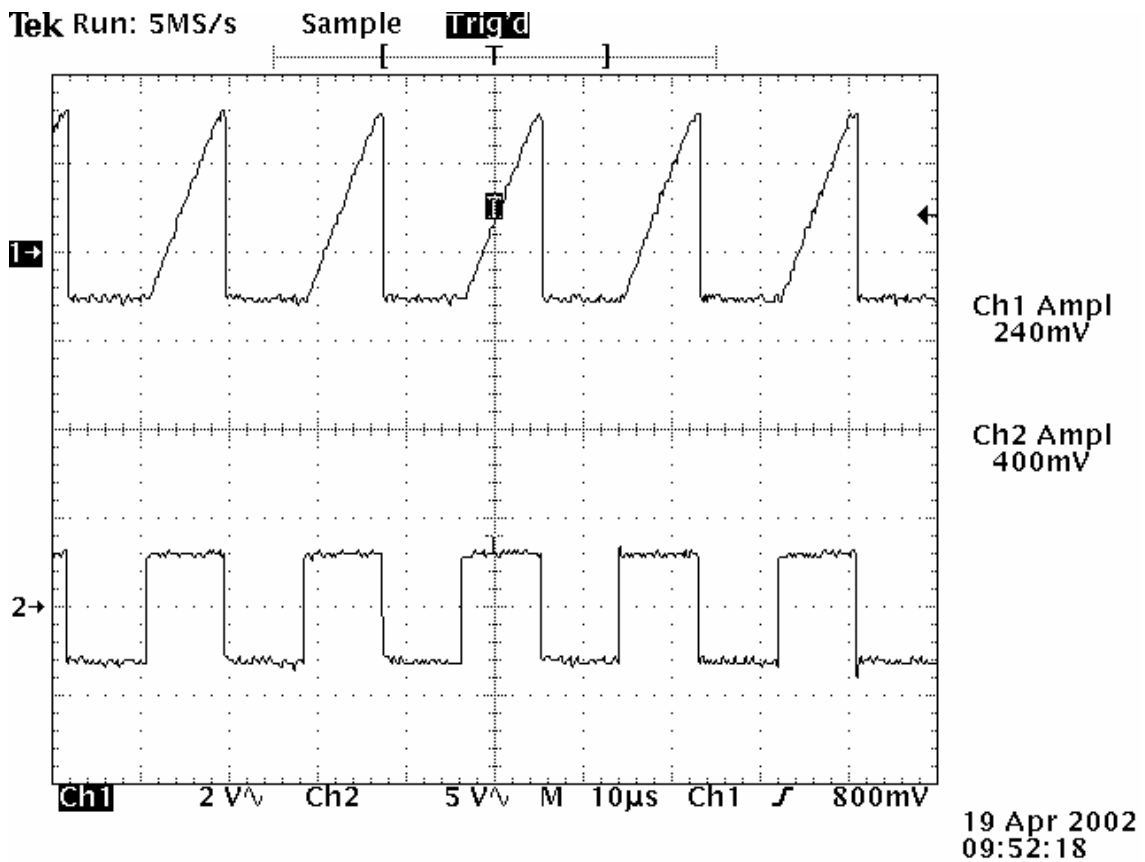
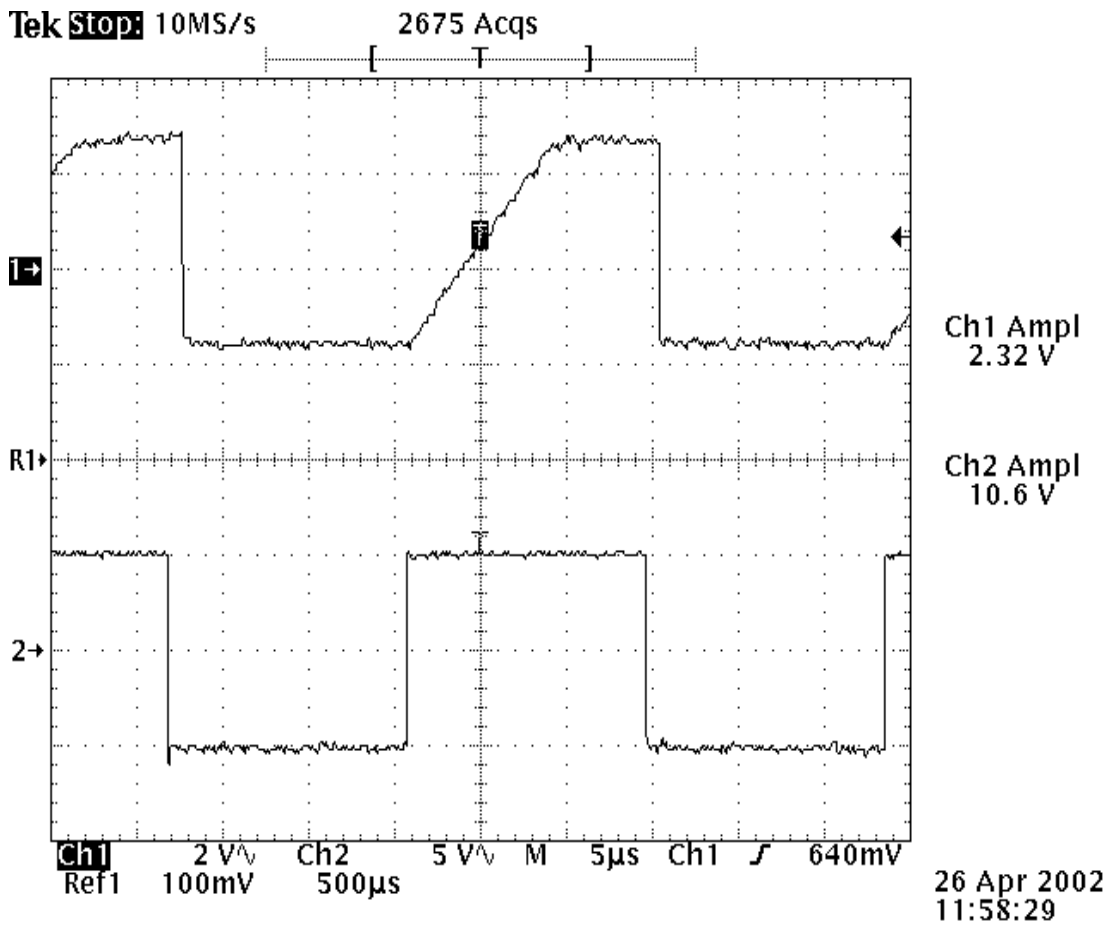


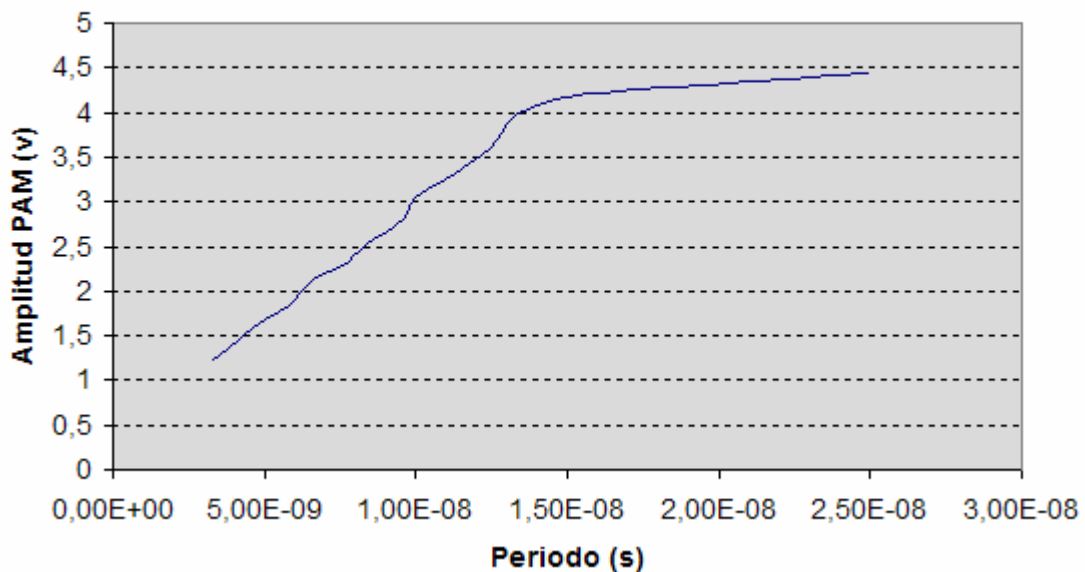
Figura 3: Captura de la señal PAM. En osciloscopio

Lógicamente una cosa que cabía esperar es que conforme aumentamos el periodo de la señal cuadrada llegará un punto en el que circuito se satura.



Los valores que nos llevan hasta el límite de saturación quedan reflejados en la siguiente gráfica.

Saturación PAM



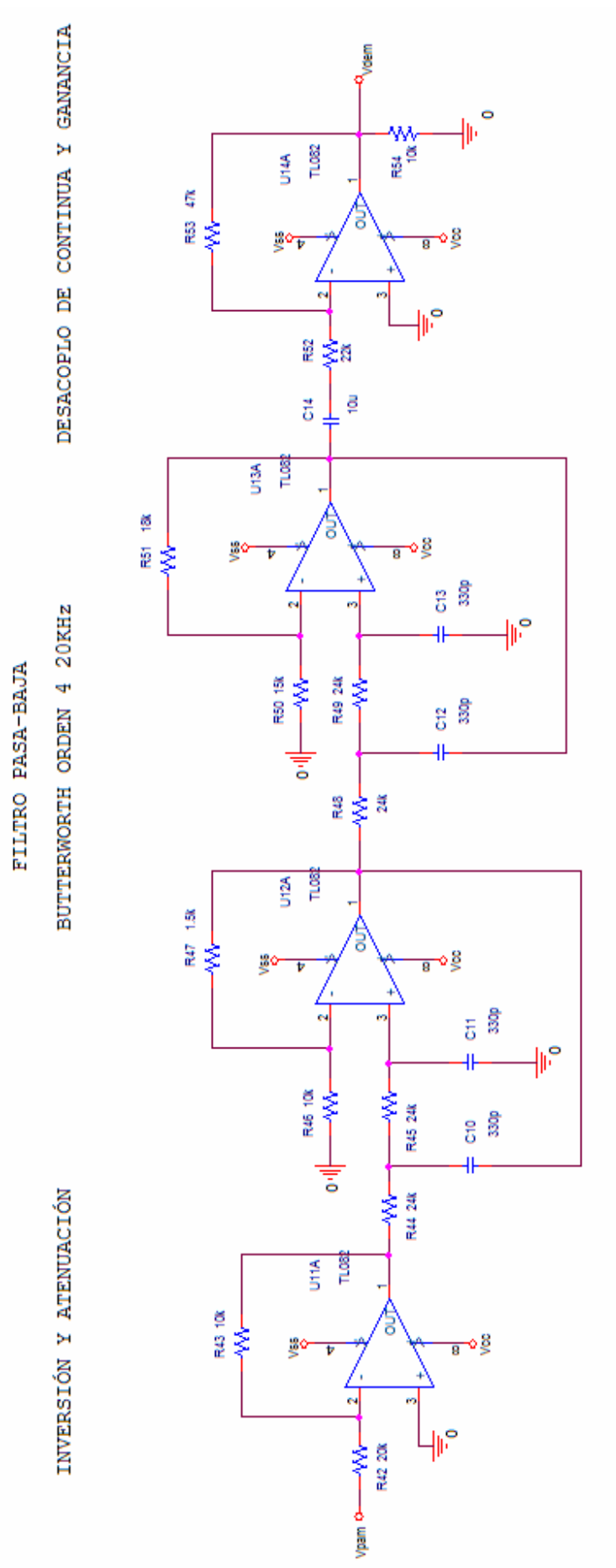
Recordemos que lo que buscamos en esta segunda parte es recomponer la señal modulada, es decir, demodularla para obtener la original, que no será tal pues como ya veremos, tanta conversión hará que el resultado difiera un poco del original.

Bien, una vez obtenida la señal PAM lo que hacemos a continuación es filtrarla con un filtro paso baja de Butterworth de cuarto orden y frecuencia de corte de 20 KHz para calcular el valor promedio de esta. Es la frecuencia de corte del filtro la que nos fijará el ancho de banda del sistema.

La primera etapa del filtro demodulador realiza una inversión y una atenuación de la señal PAM. La inversión se lleva a cabo porque la última etapa, la de desacoplo en continua, nos invierte la señal por lo que ahí que invertirla previamente para que tras pasar por todo el sistema la señal final no este invertida. La atenuación se lleva a cabo para no llegar a saturar el filtro.

La segunda etapa es un filtro paso baja de Butterworth de cuarto orden con una frecuencia de corte de 20KHz. Lo que queremos hacer es calcular el valor promedio de la señal PAM por lo que primero debemos de filtrarla.

Por último tenemos la etapa de desacoplo de continua y ganancia. Esta etapa no es más que un filtro paso alta con una frecuencia de corte muy baja de modo que eliminamos la parte de continua de la señal y además tiene una ganancia de 2.13.



3.2- Filtrado

En esta parte estudiaremos un poco más a fondo el filtro paso baja tipo Butterworth. La función de transferencia de este filtro se puede calcular fácilmente como sigue. Este filtro se puede descomponer como dos filtros de segundo orden de tipo Sallen & Key. Estos filtros tienen una función de transferencia de la forma:

$$H(s) = \frac{A_i}{R^2 C^2 s^2 + RCs(3 - A_i) + 1}$$

$$R = R_{44} = R_{45} = R_{48} = R_{49} \quad \text{y} \quad C = C_{10} = C_{11} = C_{12} = C_{13}$$

Lo único que varía en cada filtro es el valor de la ganancia A_i ya que $A_1 = R_{47}/R_{46}$ y $A_2 = R_{51}/R_{50}$. Si ahora sustituimos los valores de cada elemento y de las ganancias correspondientes a cada filtro por separado y multiplicamos los resultados, tendremos que la función de transferencia del filtro total es la siguiente.

$$H(s) = \frac{\frac{R_{47}R_{51}}{R_{46}R_{50}}}{\left(R^2 C^2 s^2 + RCs\left(3 - \frac{R_{47}}{R_{46}}\right) + 1 \right) \left(R^2 C^2 s^2 + RCs\left(3 - \frac{R_{51}}{R_{50}}\right) + 1 \right)}$$

Hecho esto, un análisis de la respuesta en frecuencia del sistema nos indicará si realmente el diseño del filtro se comporta como esperamos. Para ello usaremos la herramienta de simulación PSPICE.

Primero simulamos el filtro por separado, es decir, lo creamos y con una señal por ejemplo senoidal comprobamos que se comporta tal y como queremos y después lo que hacemos es meterle como señal la señal PAM que en realidad será la que tenga que filtrar. El filtro Butterworth

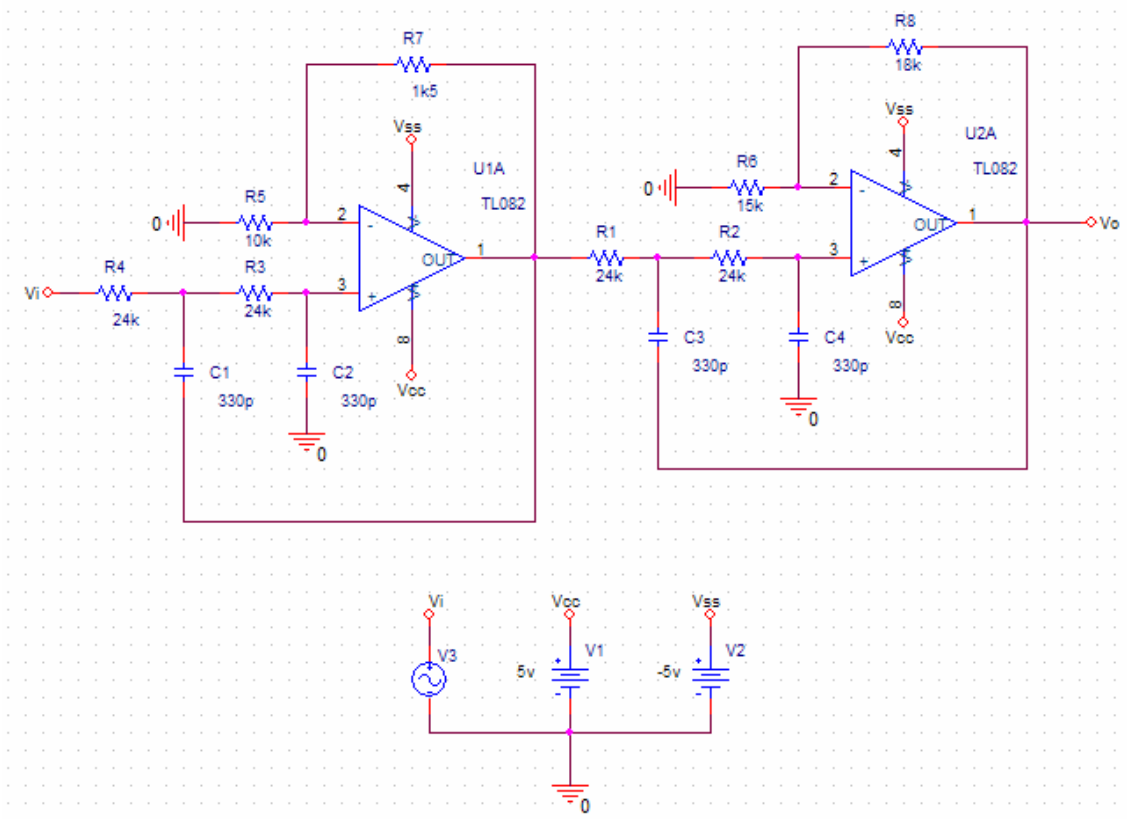


Figura 4: Filtro paso baja Butterworth 20Khz

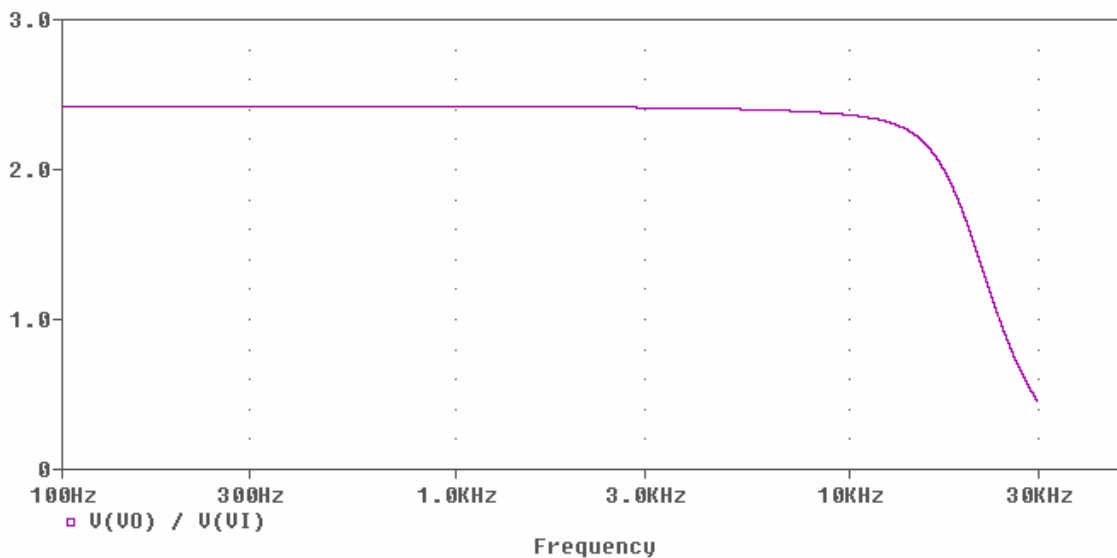


Figura 5: Respuesta en frecuencia

Visto que el filtro funciona tal y como queríamos, lo insertamos en nuestro circuito de demodulación.

En la figura 6 podemos la señal remodulada. Realmente se parece a un seno pero presenta ciertos inconvenientes que comentamos a continuación.

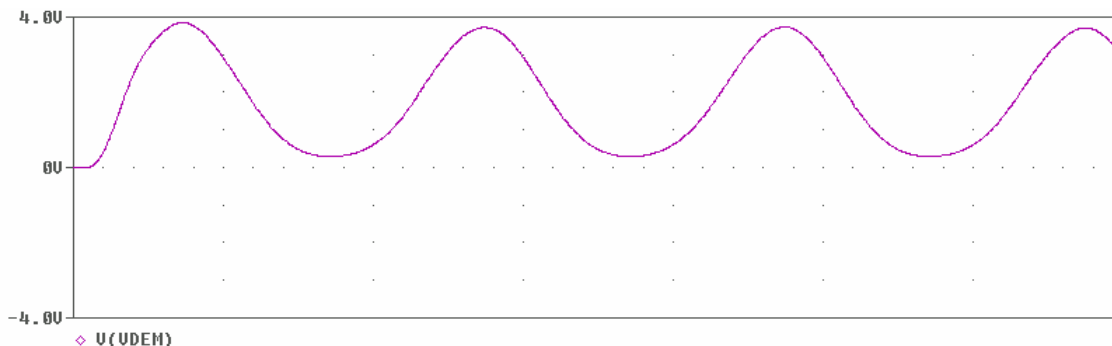


Figura 6: Señal demodulada

A la vista del resultado obtenido podemos sacar algunas conclusiones de porque la salida no es exactamente igual a la entrada. Parece lógico pensar a priori que tantas etapas han hecho mella en la señal original deteriorándola u omitiendo parte de la información que la describe.

Como podemos ver los mínimos de la señal de salida no son como se esperarían en un seno. Bien, esto se debe a que estos mínimos se corresponden a los máximos de la señal PAM. Esto hasta ahora no nos aclara mucho la cuestión de los mínimos pero retomemos la gráfica de saturación de la señal PAM.

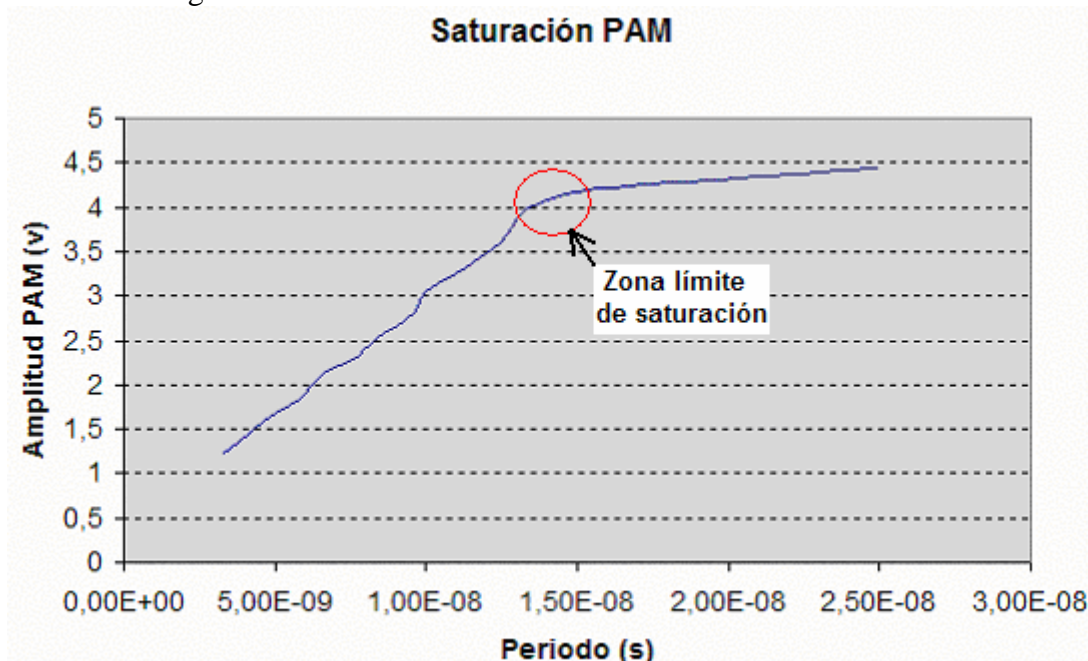


Figura 7: Señal entrada vs señal de salida

En la simulación del circuito tuve especial cuidado de que la señal PAM no se saturase pero a la vista de la señal final deducimos que aunque no llego a saturarse si

que llego a la zona límite en la cual se pierde la linealidad entre el periodo y la amplitud, véase figura 7.

Otra consecuencia que sacamos al ver resultado final es que la señal presenta un desfase con respecto a la señal original V_i . Esto es normal si tenemos en cuenta que entre la señal de entrada y la de salida hay cinco etapas, entre filtros, inversores y comparadores. Era de esperar pues que la señal final estuviese desfasada.

Una cosa que puede sorprender a simple vista es que si simulamos el circuito en un rango de tiempos del orden de las decenas milisegundos la señal recuperada parece no haberse desacoplado en DC (véase figura 6) por lo que es conveniente en este caso datar al condensador de la etapa de desacoplo en continua de unas condiciones iniciales de carga. Dependiendo de la carga de este la señal ira más rápido a su sitio o más lentamente con lo que deberemos de simular durante más tiempo.

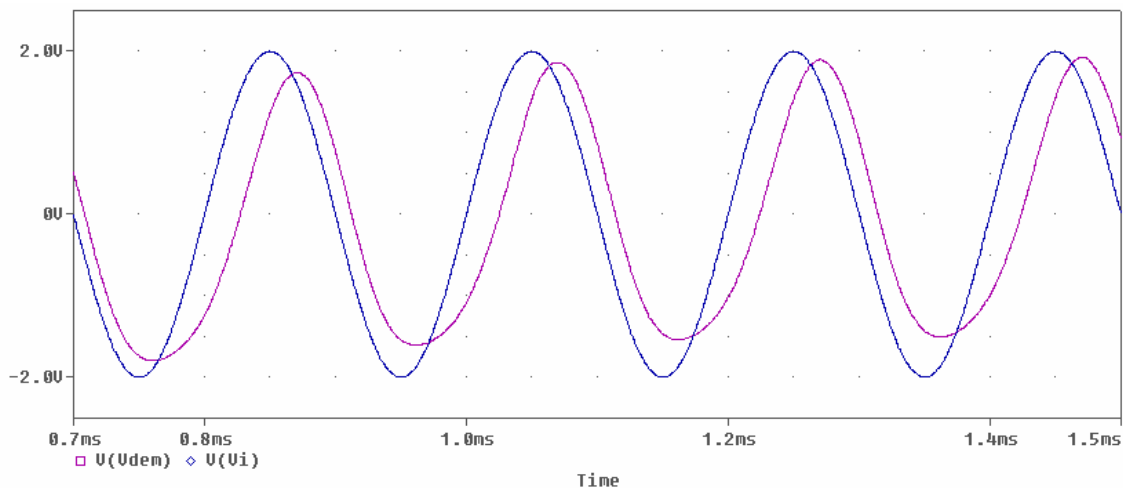


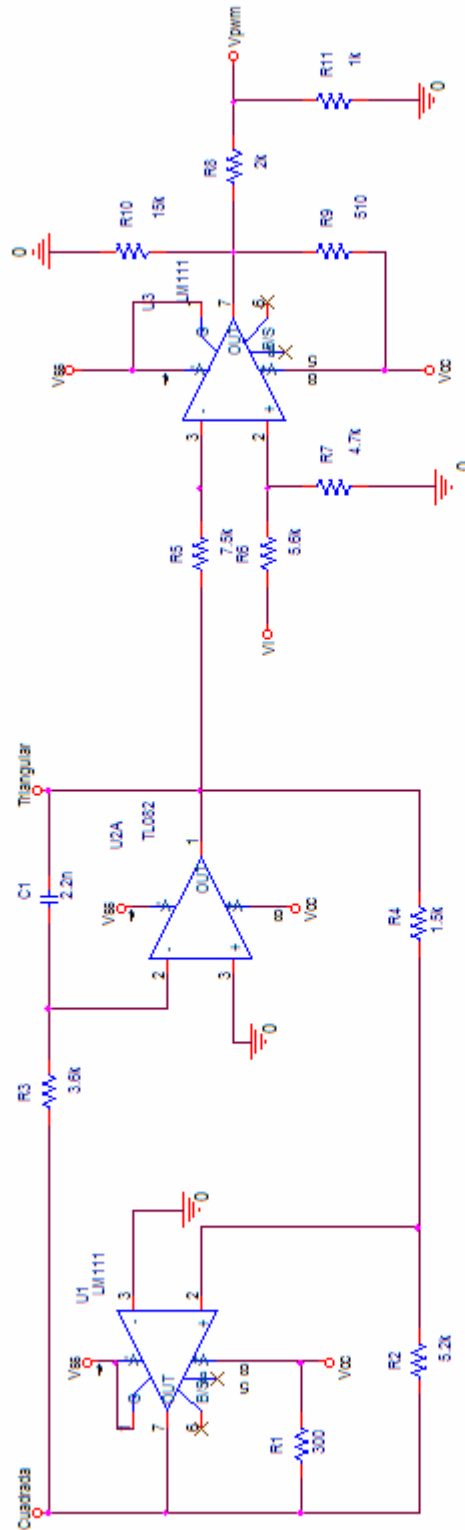
Figura 8: Señal entrada vs señal de salida

Esto se debe a la constante de tiempo del condensador serie con la resistencia pero como ya he comentado, usando una carga inicial este problema se soluciona fácilmente.

APENDICE A

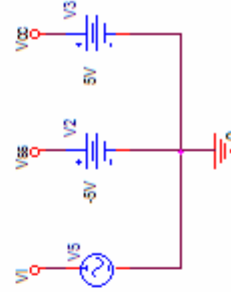
Sistema modulador PWM

Generador de señal cuadrada de pulsos modulados en anchura

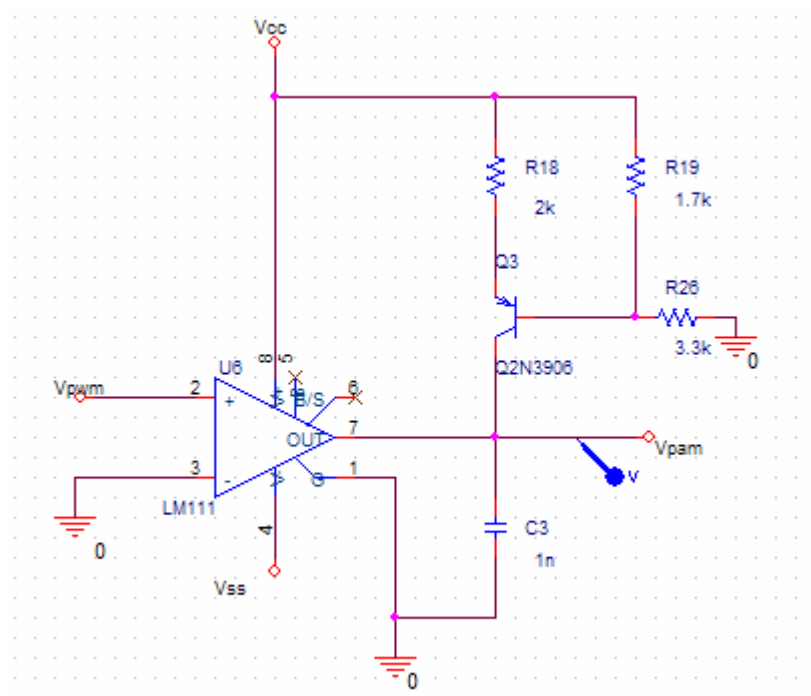


Generador de señal triangular

MODULADOR PWM
FRECUENCIA 102.48 Khz
RANGO DE ENTRADA 2.5V



Sistema conversor PWM → PAM



Sistema demodulador

FILTRO PASA-BAJA

INVERSIÓN Y ATENUACIÓN

BUTTERWORTH ORDEN 4 20KHz

DESACOPLO DE CONTINUA Y GANANCIA

